Lösung der Mathe-Aufgaben für die Sommerferien – Jahrgangsstufe 8

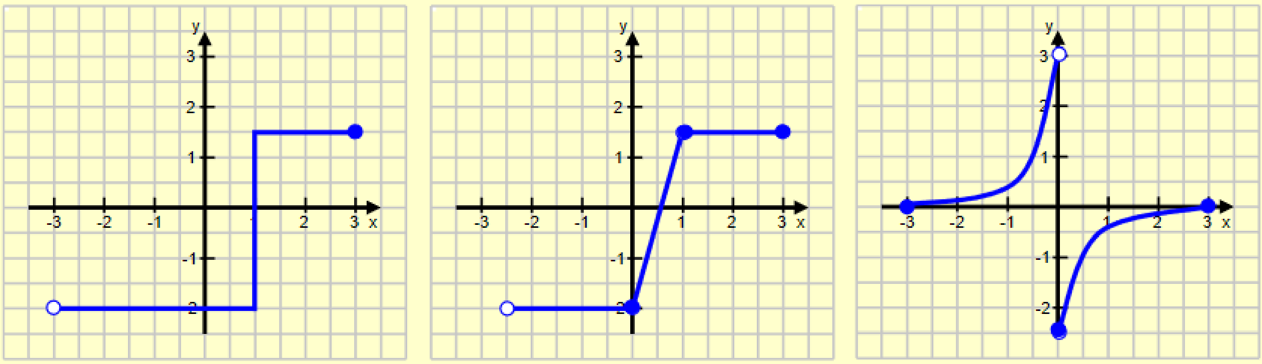
Zur Wiederholung und Auffrischung von Grundkenntnissen

Inhaltsverzeichnis

I. Funktionen

<u>Aufgabe 1</u>:

Welche der angegebenen Graphen sind Funktionsgraphen? Lies für diese jeweils die Wertemenge ab und gib die Nullstellen an!



Lösung:

- 1. Graph: keine Funktion
- 2. Graph: Funktion, $D =]-2{,}5\ ;3]$; $W = [-2\ ;1{,}5]$, Nullstelle etwa bei x=0,5
- 3. Graph: Funktion, $D = [-3\ ;3]$; $W = [-2{,}5\ ;3[$, Nullstellen bei -3 und 3

<u>Aufgabe 2</u>:

Sind die in den Tabellen beschriebenen Zuordnungen direkt oder indirekt proportional? Begründe und berechne die fehlenden Größen!

a)

x		2	3	3,2	3,5
y	105	42	28		

b)

x	3,6	6,75	8,1		11,7
y	0,4	0,75		1,2	

Lösung:

a) Produktgleich (k=84), also indirekt proportional

x	0,8	2	3	3,2	3,5
y	105	42	28	26,25	24

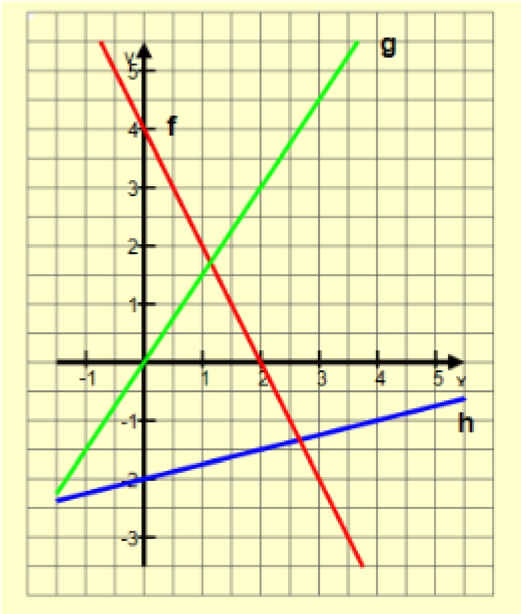
b) Quotientengleich (m=9), also direkt proportional

x	3,6	6,75	8,1	10,8	11,7
y	0,4	0,75	0,9	1,2	1,3

II. Lineare Funktionen

Aufgabe 1:

Gib die Gleichung der rechts abgebildeten Geraden f, g und h an!



Lösung: $f(x) = -2x + 4$; $g(x) = 1{,}5x$; $h(x) = \frac{1}{4}x - 2$

Aufgabe 2:

Gegeben sind die Punkte P(1|2) und Q(3|5).

a) Bestimme die Gleichung der Geraden g, die durch die beiden Punkte P und Q verläuft!

b) Bestimme die Nullstelle von g!

Lösung: a) $y = 1{,}5x + 0{,}5$ b) $N(-\frac{1}{3} \mid 0)$

III. Elementare gebrochen-rationale Funktionen

Aufgabe 1:

$$f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$$

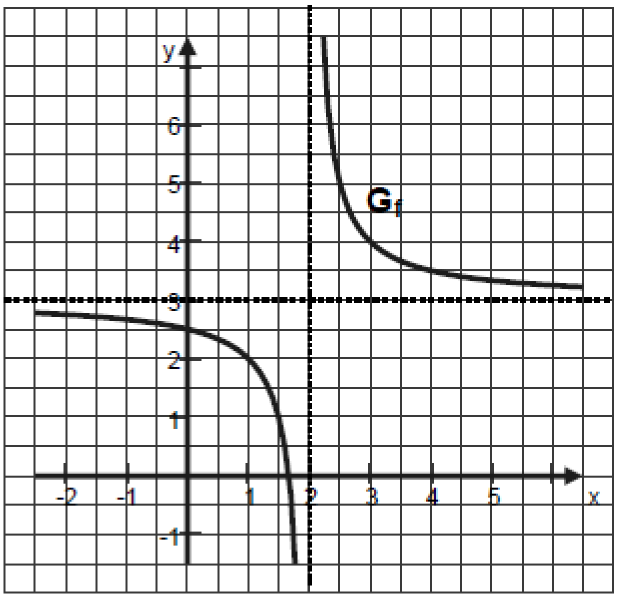
a) Gib die Defininitionsmenge an.
b) Hat die Funktion Asymptoten? Welche?
c) Zeichne den Graph der Funktion f im Koordinatensystem.
d) Berechne die Nullstellen, wenn es welche gibt.

Lösung:

Definitionslücke bei $x_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad D_f = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

senkrechte Asymptote: x = 2

waagrechte Asymptote: y = 3



Nullstellen: $f(x)=0 \implies 1 + 3.(x-2) = 0$

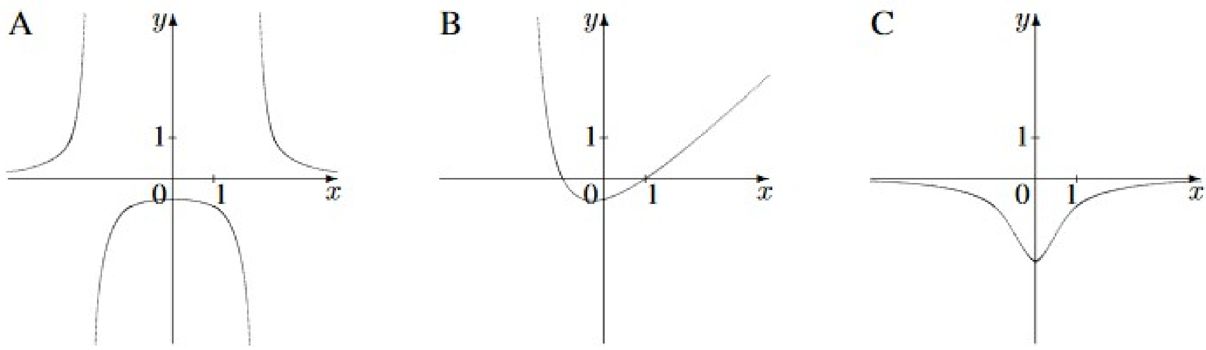
$1 + 3x - 6 = 0$

$3x = 5$

$x = \frac{5}{3} \implies$ Nullstelle $N(\frac{5}{3}/0)$

Aufgabe 2:

Ordne die Funktionsterme $f(x) = -\frac{4}{4x^2+2}$, $g(x) = \frac{2}{x^2-4}$ und $h(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$ den folgenden Graphen zu; begründe!



Lösung:

Funktion f → Graph C : keine senkrechte Asymptote ($4x^2 + 2$ kann nicht 0 werden) und y immer im negativen Bereich. Waagerechte Asymptote y=0

Funktion g → Graph A : Def = Q \ {-2; 2} also 2 senkrechte Asymptoten bei x=- 2 und x=2. Waagerechte Asymptote y =0

Funktion h → B : Def = Q \ {-2} also 1 senkrechte Asymptote x=-2

IV. Bruchterme und Bruchgleichungen

Aufgabe 1:

Kürze den Bruchterm so weit wie möglich: $\frac{xy - y + 2x - 2}{xy + 2x}$

Lösung:

$\frac{x-1}{x}$ (doppeltes Ausklammern)

Aufgabe 2:

Vereinfache so weit wie möglich und schreibe dein Ergebnis ohne Bruchstrich!

a) $\frac{(ab)^{-2}}{x^2y^{-1}} \cdot \frac{(xy)^2}{a^3b}$ b) $\frac{(r^2s^3t)^2}{rs^{-1}} : \frac{(r^2s^2)^2}{r^{-1}s}$

Lösung:

a) $a^{-5}b^{-3}y^3$ b) $r^{-2}s^4t^2$

Aufgabe 3:

Berechne: a) $\frac{3a-7b}{a-2b} + \frac{a-3b}{2b-a}$ b) $\frac{126x^2a}{51} \cdot \frac{85x}{189a^3}$

Lösung:

a) 2 b) $\frac{10x^3}{9a^2}$

Aufgabe 4:

Gib die Definitions- und Lösungsmenge an!

a) $\frac{2}{4x-1} - \frac{5}{8x-2} = 0$ b) $\frac{2x+1}{2x-1} = \frac{2x-1}{2x+1}$

Lösung:

a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0{,}25\}$; $L = \{\ \}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$; $L = \{0\}$

Aufgabe 5:

Löse die Gleichung nach der in eckigen Klammern angegebenen Variablen auf!

a) $\frac{2}{r}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b}$ $\quad [b]$

b) $F_1a_1=F_2a_2+F_3a_3$ $\quad [a_3]$

Lösung:

a) $b=\frac{rg}{2g-r}$

b) $a_3=\frac{F_1a_1-F_2a_2}{F_3}$

V. Laplace-Experimente

Aufgabe 1:

Beim Werfen eines Würfels werden folgende Ereignisse betrachtet:

$A = \{1;3;5\}$, $B = \{2;3;5\}$, $C = \{1;4\}$

Beschreibe diese Ereignisse mit Worten!

Lösung:

A: „Augenzahl ungerade“ B: „Augenzahl prim“ C: „Augenzahl ist Quadratzahl“

Aufgabe 2:

Zwei Würfel werden nacheinander geworfen. Die erste Augenzahl liefert den Zähler eines Bruches, die zweite den Nenner.

a) Gib einen Ergebnisraum an.

b) Gib die Ereignisse als Mengen an:

- A: „Wert des Bruchs ist eins“
- B: „Bruch ist Stammbruch“

Lösung:

a) z.B. $\Omega = \left\{\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{5};\frac{1}{6};\frac{2}{1};\frac{2}{2};\ldots;\frac{2}{6};\ldots\ldots;\frac{6}{1};\frac{6}{2};\frac{6}{3};\frac{6}{4};\frac{6}{5};\frac{6}{6}\right\}$

b) $A = \left\{\frac{1}{1};\frac{2}{2};\frac{3}{3};\frac{4}{4};\frac{5}{5};\frac{6}{6}\right\}$ $B = \left\{\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{5};\frac{1}{6}\right\}$

Aufgabe 3:

Ein Kartenspiel für „Schafkopf“ besteht aus 32 Karten. Jede der vier „Farben“ *Herz, Schellen, Grün* und *Eichel* besteht aus einem Satz der Karten 7, 8, 9, 10, Unter, Ober, König, Ass. Die 7er, 8er und 9er haben keinen Wert und werden deshalb auch als „Luschen“ bezeichnet. Toni zieht eine Karte.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es

a) das Herz-Ass b) irgendein Ass c) kein Herz d) eine Lusche e) kein Ober

Lösung: a) $\frac{1}{32}$ b) $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{7}{8}$

VI. Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1:

Löse das Gleichungssystem jeweils zeichnerisch und rechnerisch!

a) $2x + 5y = -4$ (I)
$5x + 2y = 11$ (II)

b) $3x - y = -2$ (I)
$y = -3x$ (II)

Lösung:

a) $L = \{(3 \mid -2)\}$

b) $L = \{(-\frac{1}{3} \mid 1)\}$

Aufgabe 2: (mit Gleichungssystem lösen)

Bernd sagt: „Ich denke mir zwei Zahlen. Die erste Zahl ist 1,5-mal so groß wie die zweite Zahl. Wenn ich die zweite Zahl von 42 subtrahiere, erhalte ich die erste Zahl." Um welche Zahlen handelt es sich?

Lösung:

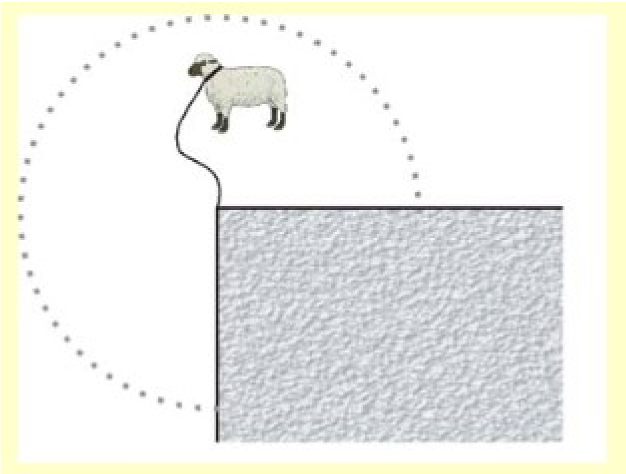
Es handelt sich um die beiden Zahlen 25,2 und 16,8

VII. Kreis, Prisma und Zylinder

<u>Aufgabe 1</u>:

Ein Schaf wird mit einem 2,5 m langen Seil an einer Hausecke festgebunden. Das Schaf hat bereits nach einem Tag die Fläche, die es erreichen konnte, bis auf den letzten Grashalm abgefressen. Deshalb verlängert der Bauer das Seil am zweiten Tag um einen Meter.

Hat das Schaf heute mehr oder weniger zu fressen?

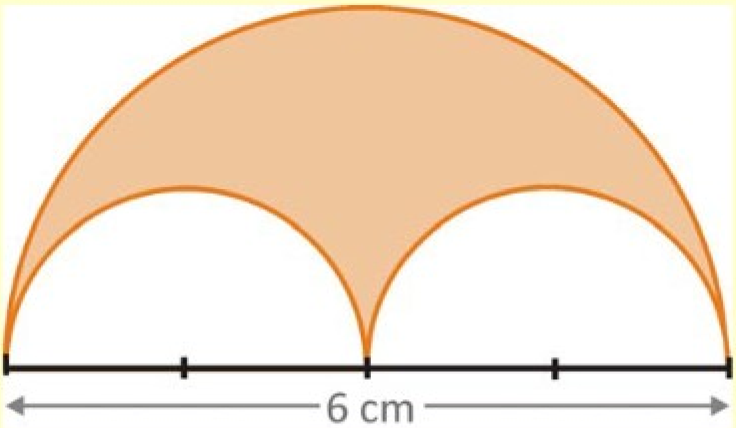


Lösung:

$$A_{Gefressen} \approx 14{,}7\ m^2 \qquad A_{neu} \approx 14{,}1\ m^2$$

<u>Aufgabe 2</u>:

Berechne Umfang und Flächeninhalt der gefärbten Flächen!



Lösung:

$$U \approx 18{,}85\ cm \qquad A \approx 7{,}07\ cm^2$$